TAREAS DE MATEMÁTICAS ORIENTADAS A LAS ENSEÑANZAS ACADÉMICAS – 4º DE ESO (Del 27 de abril al 8 de mayo) – Carlos Ojeda

Si hay alguna duda, pregunta al correo: carlos.ojeda.coin.edu@juntadeandalucia.es

Hay que enviar fotos antes del sábado 9/5/20 (incluido) de los ejercicios nuevos que habéis hecho estas semanas a carlos.ojeda.coin.edu@juntadeandalucia.es. Solo voy a comprobar que estén hechos o intentados, no voy a comprobar las soluciones, así que no os preocupéis si no está todo bien, pero quiero saber que hacéis y no hacéis.

Os volveré a enviar una plantilla con las soluciones.

A la vuelta al instituto, comprobaré que habéis corregido los ejercicios de semanas anteriores.

Lunes 27/4/20:

¡Hola a todos! Espero que hayáis pasado una buena semana. Vamos a empezar corrigiendo lo que hicisteis semanas anteriores.

66 Sin ayuda de la calculadora, y partiendo de las razones de los ángulos notables, determina las razones trigonométricas de:

a) 120º b) 150º c) 210º d) 225º e) 300º f) 315º

Reflexiona sobre ello dibujando una circunferencia y situando en cada caso el ángulo en el cuadrante correspondiente.

a) Segundo cuadrante $\rightarrow 120° = 180° - 60°$

$\text{sen } 120° = \text{sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$ $\text{tg } 120° = -\text{tg } 60° = -\sqrt{3}$

b) Segundo cuadrante $\rightarrow 150° = 180° - 30°$

$\text{sen } (150°) = \text{sen } 30° = \frac{1}{2}$ $\cos 150° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{tg } 150° = -\text{tg } 30° = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

c) Tercer cuadrante $\rightarrow 210° = 180° + 30°$

$\text{sen } 210° = -\text{sen } 30° = -\frac{1}{2}$ $\cos 210° = -\cos 30° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\text{tg } 210° = \text{tg } 30° = \sqrt{3}$

d) Tercer cuadrante $\rightarrow 225° = 180° + 45°$

$\text{sen } 225° = -\text{sen } 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 225° = -\cos 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\text{tg } 225° = \text{tg } 45° = 1$

e) Cuarto cuadrante $\rightarrow 300° = -60°$

$\text{sen } 300° = -\text{sen } 60° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 300° = \cos 60° = \frac{1}{2}$ $\text{tg } 300° = -\text{tg } 60° = -\sqrt{3}$

f) Cuarto cuadrante $\rightarrow 315° = -45°$

$\text{sen } 315° = -\text{sen } 45° = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 315° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\text{tg } 315° = -\text{tg } 45° = -1$

68 Calcula las razones del opuesto del ángulo que cumple que: sen $\alpha = \frac{3}{5}$ tg $\alpha = \frac{3}{4}$
¿En qué cuadrante está situado cada uno?

Si el seno y la tangente son positivos el ángulo α pertenece al primer cuadrante. Hallamos el coseno:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3/5}{\cos\alpha} \rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5}$$

Y entonces el opuesto pertenece al cuarto cuadrante y sus razones son:

$\text{sen}\,(-\alpha) = -\text{sen}\,\alpha = -\frac{3}{5}$ $\cos(-\alpha) = \cos\alpha = \frac{4}{5}$ $\text{tg}\,(-\alpha) = -\text{tg}\,\alpha = -\frac{3}{4}$

69 Busca un ángulo cuyas razones coincidan con las de su opuesto.

- ¿Cuál es?
- ¿Cuáles son sus razones?

Si las razones coinciden con las de su opuesto es porque:

$\text{sen}\,(-\alpha) = -\text{sen}\,\alpha = \text{sen}\,\alpha \rightarrow \text{sen}\,\alpha = 0$ $\text{tg}\,(-\alpha) = -\text{tg}\,\alpha = \text{tg}\,\alpha \rightarrow \text{tg}\,\alpha = 0$

Los ángulos cuyas razones coinciden con las de su opuesto son:

- 360° $\rightarrow \text{sen}\,(-360°) = -\text{sen}\,0° = 0$ $\cos(-360°) = \cos 0° = 1$ $\text{tg}\,(-360°) = -\text{tg}\,0° = 0$
- 180° $\rightarrow \text{sen}\,(-180°) = -\text{sen}\,180° = 0$ $\cos(-180°) = \cos 180° = -1$ $\text{tg}\,(-180°) = -\text{tg}\,180° = 0$

70 Un ángulo del primer cuadrante tiene estas razones: cos $\alpha = \frac{12}{13}$ tg $\alpha = \frac{5}{12}$
Halla las razones del que resulta de sumarle 180°.

Si el coseno y la tangente son positivos el ángulo α pertenece al primer cuadrante. Hallamos el seno:

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \rightarrow \frac{5}{12} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{12/13} \rightarrow \frac{5}{13} = \text{sen}\,\alpha$$

Y entonces las razones del obtenido tras sumar 180° son:

$\text{sen}\,(180° + \alpha) = -\text{sen}\,\alpha = -\frac{5}{13}$ $\cos(180° + \alpha) = -\cos\alpha = -\frac{12}{13}$ $\text{tg}\,(180° + \alpha) = \text{tg}\,\alpha = \frac{5}{12}$

71 Si sen 43° ≈ 0,6820, aproxima, sin usar la calculadora:

a) sen 317° **b)** sen 137° **c)** sen 223° **d)** cos 47°

a) $\text{sen}\,317° = \text{sen}\,(-43°) = -\text{sen}\,43° \approx -0{,}6820$
c) $\text{sen}\,(223°) = \text{sen}\,(180° + 43°) = -\text{sen}\,43° \approx -0{,}6820$
b) $\text{sen}\,137° = \text{sen}\,(180° - 43°) = \text{sen}\,43° \approx 0{,}6820$
d) $\cos 47° = \cos(90° - 43°) = \text{sen}\,43° \approx 0{,}6820$

74 Indica cuántos ángulos entre 0° y 360° cumplen que: **a)** sen $\alpha = -0{,}342$ **b)** cos $\alpha = 0{,}848$ **c)** tg $\alpha = 2+\sqrt{3}$

Hállalos. ¿En qué cuadrantes están?

En todos los casos hay dos soluciones:

a) La calculadora da la solución del cuarto cuadrante: $\alpha = \text{arc sen}\,(-0{,}342) \approx -20° = 340°$

La del tercer cuadrante sería: $\beta \approx 180° + 20° = 200°$

b) La calculadora da la solución del primer cuadrante: $\alpha = \text{arc cos}\,0{,}848 \approx 32°$

La del cuarto cuadrante sería: $\beta \approx -32° = 328°$

c) La calculadora da la solución del primer cuadrante: $\alpha = \text{arc tg}\left(2+\sqrt{3}\right) = 75°$

La del tercer cuadrante sería: $\beta = 180° + 75° = 255°$

75 Determina con ayuda de la calculadora y la circunferencia goniométrica un ángulo que cumpla:

a) cos $\alpha = -0{,}656$ en el tercer cuadrante.

b) sen $\alpha = 0{,}327$ en el segundo cuadrante.

c) tg $\alpha = -11{,}43$ en el segundo cuadrante.

Redondea los ángulos, en grados, a las unidades.

a) La calculadora da la solución del segundo cuadrante: $\alpha = \text{arc cos}\,(-0{,}656) \approx 131°$

La del tercer cuadrante sería: $\beta = -131° = 229°$

b) La calculadora da la solución del primer cuadrante: $\alpha = \text{arc sen}\,0{,}327 \approx 19°$

La del segundo cuadrante sería: $\beta \approx 180° - 19° = 161°$

c) La calculadora da la solución del cuarto cuadrante: $\alpha = \text{arc tg}\,(-11{,}43) \approx -85° = 275°$

La del segundo cuadrante sería: $\beta \approx 180° - 85° = 95°$

Miércoles 29/4/20:

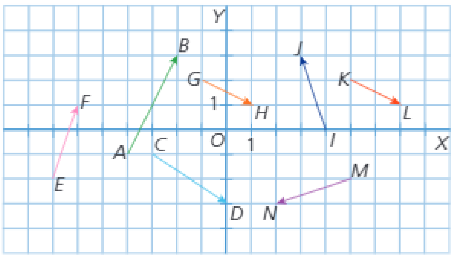
Hay clases a las 11h15

Vamos a repasar la teoría de las páginas 172 y 174. Y ver los ejercicios que queráis de las páginas 173 y 175.

Jueves 30/4/20:

Corregid los ejercicios 1, 2, 4, 7, 8 y 9 de la página 173:

1 Halla las coordenadas y el módulo de estos vectores.



$\overrightarrow{AB} = (2, 4), \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ u

$\overrightarrow{CD} = (3, -2), \left|\overrightarrow{CD}\right| = \sqrt{3^2+(-2)^2} = \sqrt{13}$ u

$\overrightarrow{EF} = (1, 3), \left|\overrightarrow{EF}\right| = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}$ u

$\overrightarrow{GH} = (2, -1), \left|\overrightarrow{GH}\right| = \sqrt{2^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$ u

$\overrightarrow{IJ} = (-1, 3), \left|\overrightarrow{IJ}\right| = \sqrt{(-1)^2+3^2} = \sqrt{10}$ u

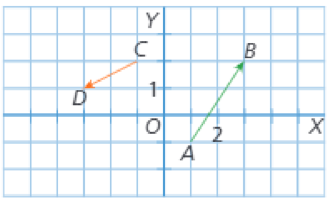
$\overrightarrow{KL} = (2, -1), \left|\overrightarrow{KL}\right| = \sqrt{2^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$ u

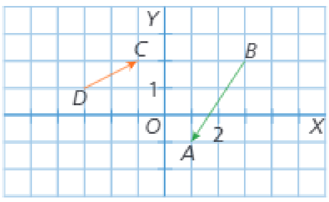
$\overrightarrow{MN} = (-3, -1), \left|\overrightarrow{MN}\right| = \sqrt{(-3)^2+(-1)^2} = \sqrt{10}$ u

2 Las coordenadas de cuatro puntos del plano son: $A(1, -1)$ $B(3, 2)$ $C(-1, 2)$ $D(-3, 1)$

a) Dibuja los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{DC}$. **b)** Halla sus coordenadas. **c)** Calcula $\left|\overrightarrow{AB}\right|$, $\left|\overrightarrow{BA}\right|$, $\left|\overrightarrow{CD}\right|$ y $\left|\overrightarrow{DC}\right|$

a)





b) $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$, $\overrightarrow{BA} = (-2, -3)$

$\overrightarrow{CD} = (-2, -1)$, $\overrightarrow{DC} = (2, 1)$

c) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{BA}\right| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ u

$\left|\overrightarrow{CD}\right| = \left|\overrightarrow{DC}\right| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ u

4 Las coordenadas de un punto, P, son $(-1, 4)$, y el vector $\overrightarrow{PQ}$ es $\overrightarrow{PQ} = (-2, -4)$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto Q?

$\overrightarrow{PQ} = (q_1 + 1, q_2 - 4) = (-2, -4) \rightarrow q_1 + 1 = -2$ y $q_2 - 4 = -4$, así el punto Q es: $Q(-3, 0)$

7 Calcula la distancia entre los puntos $A(2, 3)$ y $B(5, 7)$ del plano, así como el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$. ¿Qué relación hay entre ellos?

$d(A, B) = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ $\quad\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

La distancia entre los puntos coincide con el módulo del vector que generan.

8 Calcula la medida de los lados de un triángulo cuyos vértices son los puntos $A(2, 2)$, $B(0, -2)$ y $C(4, 1)$.

$d(A, B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(0-2)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ u

$d(A, C) = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(4-2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ u

$d(B, C) = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(4-0)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{16+9} = 5$ u

9 Halla el argumento de estos vectores.

a) $\vec{u} = (2,\ 1)$ b) $\vec{u} = (-1,\ 2)$ c) $\vec{u} = (-2,\ 1)$

a) $\text{tg}\ \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \text{arc tg}\ \frac{1}{2} = 26{,}56°$

b) $\text{tg}\ \alpha = -2 \rightarrow \alpha = \text{arc tg}\ (-2) = -63{,}43° \rightarrow$ Como el vector es: $\vec{u} = (-1,\ 2) \rightarrow \alpha = 180° - 63{,}43° = 116{,}57°$

c) $\text{tg}\ \alpha = -\frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \text{arc tg}\left(-\frac{1}{2}\right) = -26{,}56° \rightarrow$ Como el vector es: $\vec{u} = (-2,\ 1) \rightarrow \alpha = 180° - 26{,}56° = 153{,}44°$

Corregid los ejercicios 11,12,13 y 15 de la página 175.

11 Si $\vec{u} = (1, 2)$ y $\vec{v} = (-3, 2)$, averigua las coordenadas de los siguientes vectores.

a) $\vec{u} + \vec{v}$ b) $\vec{u} - \vec{v}$ c) $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$ d) $\frac{1}{4}(\vec{u} - \vec{v})$

a) $\vec{u} + \vec{v} = (1, 2) + (-3, 2) = (-2, 4)$

b) $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = (1, 2) + (3, -2) = (4, 0)$

c) $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v}) = \frac{1}{2}(-2,\ 4) = (-1,\ 2)$

d) $\frac{1}{4}(\vec{u} - \vec{v}) = \frac{1}{4}(4,\ 0) = (1,\ 0)$

12 Dados los vectores $\vec{u} = (4, 1)$ y $\vec{v} = (1, 2)$, realiza estas operaciones.

a) $\vec{u} + 4\vec{v}$ b) $3\vec{u} + 5\vec{v}$

a) $\vec{u} + 4\vec{v} = (4, 1) + 4(1, 2) = (4, 1) + (4, 8) = (8, 9)$

b) $3\vec{u} + 5\vec{v} = 3(4, 1) + 5(1, 2) = (12, 3) + (5, 10) = (17, 13)$

13 ¿Qué módulo tiene el vector que se obtiene al sumar un vector, $\vec{u}$, con su vector opuesto, $-\vec{u}$?

Si $\vec{u} = (u_1,\ u_2)$, su opuesto es el vector $-\vec{u} = (-u_1,\ -u_2)$ y su suma es el vector:

$\vec{u} + (-\vec{u}) = (u_1 - u_1,\ u_2 - u_2) = (0, 0)$ que tiene por módulo 0.

15 Si $\vec{u} = (5, 1)$, $\vec{v} = (1, 3)$ y $\vec{w} = (-3, 3)$, halla las coordenadas de los vectores propuestos.

a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ b) $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w}$ c) $3\vec{u} - \vec{w}$ d) $\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$

a) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (5, 1) + (1, 3) + (-3, 3) = (3, 7)$

b) $\vec{u} - \vec{v} - \vec{w} = (5, 1) + (-1, -3) + (3, -3) = (7, -5)$

c) $3\vec{u} - \vec{w} = 3(5, 1) + (3, -3) = (18, 0)$

d) $\vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w} = (5, 1) + (-2, -6) + (-3, 3) = (0, -2)$

Lunes 4/5/20:

Seguimos corrigiendo los ejercicios que teníamos pendientes de trigonometría y ya dejamos trigonometría:

77 Resuelve los siguientes triángulos.

a) $\widehat{A}=51°$, $\widehat{B}=46°$, $c=12$ cm

b) $\widehat{B}=32°$, $\widehat{C}=74°$, $a=21{,}5$ cm

a) Teorema del seno: $\widehat{C}=180°-(51°+46°)=83°$ $\quad \dfrac{\text{sen } 51°}{a}=\dfrac{\text{sen } 46°}{b}=\dfrac{\text{sen } 83°}{12}\rightarrow \begin{cases} a\approx 9{,}40 \text{ cm} \\ b\approx 8{,}70 \text{ cm}\end{cases}$

b) Teorema del seno: $\widehat{A}=180°-(32°+74°)=74°$ $\quad \dfrac{\text{sen } 74°}{21{,}5}=\dfrac{\text{sen } 32°}{b}=\dfrac{\text{sen } 74°}{c}\rightarrow \begin{cases} b\approx 11{,}85 \text{ cm} \\ c\approx 21{,}5 \text{ cm}\end{cases}$

78 Calcula el valor del ángulo α.

a) $\widehat{A}=50°$, $a=8$ cm, $b=10$ cm $\rightarrow \widehat{B}=\alpha$

b) $\widehat{B}=65°$, $b=46$ dm, $c=32$ dm $\rightarrow \widehat{C}=\alpha$

a) $\dfrac{\text{sen } 50°}{8}=\dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{10}\rightarrow \widehat{B}=\text{arc sen}\dfrac{10\cdot \text{sen } 50°}{8}\approx 73°\,14'\,48{,}69''$

b) $\dfrac{\text{sen } 65°}{46}=\dfrac{\text{sen } \widehat{C}}{32}\rightarrow \widehat{C}=\text{arc sen}\dfrac{32\cdot \text{sen } 65°}{46}\approx 39°\,5'\,6{,}63''$

79.

a) $\dfrac{\text{sen } 73°}{6{,}9}=\dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{5{,}4}=\dfrac{\text{sen } \widehat{C}}{c}\rightarrow \widehat{B}=\text{arc sen}\dfrac{5{,}4\cdot \text{sen } 73°}{6{,}9}\approx 48°\,27'\,11''$

$\widehat{C}=180°-(73°+48°\,27'11'')=58°\,32'49''\rightarrow c=\dfrac{6{,}9\cdot \text{sen}(58°\,32'49'')}{\text{sen } 73°}\approx 6{,}16 \text{ m}$

b) $\dfrac{\text{sen } \widehat{A}}{40}=\dfrac{\text{sen } 21°}{32}=\dfrac{\text{sen } \widehat{C}}{c}\rightarrow \widehat{A}=\text{arc sen}\dfrac{40\cdot \text{sen } 21°}{32}\approx 26°\,36'\,46''$

$\widehat{C}=180°-(21°+26°\,36'46'')=132°\,23'14''\rightarrow c=\dfrac{32\cdot \text{sen}(132°\,23'14'')}{\text{sen } 21°}\approx 65{,}95 \text{ mm}$

80 Calcula la medida del lado desconocido.

a) $a=7$ m, $\widehat{B}=32°$, $c=6$ m

b) $b=3{,}12$ cm, $\widehat{A}=100°$, $c=6{,}3$ cm

a) Teorema del coseno: $b=\sqrt{7^2+6^2-2\cdot 7\cdot 6\cdot \cos 32°}\approx 3{,}71 \text{ m}$

b) Teorema del coseno: $a=\sqrt{3{,}12^2+6{,}3^2-2\cdot 3{,}12\cdot 6{,}3\cdot \cos 100°}\approx 7{,}5 \text{ cm}$

81 Resuelve estos triángulos aplicando el teorema del coseno.

a) $a=24$ mm, $\widehat{C}=120°$, $b=31$ mm

b) $b=5$ cm, $\widehat{A}=82°$, $c=3{,}6$ cm

a) $c=\sqrt{24^2+31^2-2\cdot 24\cdot 31\cdot \cos 120°}\approx 47{,}76 \text{ mm}$

$\dfrac{\text{sen } \widehat{A}}{24}=\dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{31}=\dfrac{\text{sen } 120°}{47{,}76}\rightarrow \widehat{A}=\text{arc sen}\dfrac{24\cdot \text{sen } 120°}{47{,}76}\approx 25°\,47'\,50''$

$\widehat{B}=180°-(120°+25°\,47'50'')=34°\,12'\,10''$

b) $a=\sqrt{5^2+3{,}6^2-2\cdot 5\cdot 3{,}6\cdot \cos 82°}\approx 5{,}74 \text{ cm}$

$\dfrac{\text{sen } 82°}{5{,}74}=\dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{5}=\dfrac{\text{sen } \widehat{C}}{3{,}6}\rightarrow \widehat{B}=\text{arc sen}\dfrac{5\cdot \text{sen } 82°}{5{,}74}\approx 59°\,36'\,36''$

$\widehat{C}=180°-(82°+59°\,36'36'')=38°\,23'\,24''$

83 Aplica el ejercicio anterior para averiguar la amplitud de los ángulos de triángulos cuyos lados miden:

a) $a = 4$ m, $b = 5{,}3$ m, $c = 3$ m

b) $a = 15$ mm, $b = 17$ mm, $c = 22$ mm

a) $\widehat{A} = \text{arc cos}\left(\dfrac{5{,}3^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 5{,}3 \cdot 3}\right) \approx 48°\ 27'\ 18''$ $\quad \widehat{B} = \text{arc cos}\left(\dfrac{4^2 + 3^2 - 5{,}3^2}{2 \cdot 4 \cdot 3}\right) \approx 97°\ 23'\ 51''$

$\widehat{C} = 180° - \left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) = 34°\ 8'\ 51''$

b) $\widehat{A} = \text{arc cos}\left(\dfrac{17^2 + 22^2 - 15^2}{2 \cdot 17 \cdot 22}\right) \approx 42°\ 53'\ 37''$ $\quad \widehat{B} = \text{arc cos}\left(\dfrac{15^2 + 22^2 - 17^2}{2 \cdot 15 \cdot 22}\right) \approx 50°\ 28'\ 44''$

$\widehat{C} = 180° - \left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) = 86°\ 37'\ 39''$

87 Determina la medida de los elementos que faltan en estos triángulos.

a) $\widehat{A} = 59°$, $\widehat{B} = 46°$, $b = 8{,}5$ dm

b) $a = 3{,}2$ cm, $b = 5{,}1$ cm, $\widehat{C} = 37°$

c) $\widehat{C} = 73°$, $c = 80$ m, $b = 64$ m

d) $a = 15$ mm, $b = 9$ mm, $c = 7$ mm

a) $\widehat{C} = 180° - (59° + 46°) = 75° \rightarrow \dfrac{\text{sen } 59°}{a} = \dfrac{\text{sen } 46°}{8{,}5} = \dfrac{\text{sen } 75°}{c} \rightarrow \begin{cases} a \approx 10{,}13 \text{ dm} \\ c \approx 11{,}41 \text{ dm} \end{cases}$

b) $c = \sqrt{3{,}2^2 + 5{,}1^2 - 2 \cdot 3{,}2 \cdot 5{,}1 \cdot \cos 37°} \approx 3{,}19$ cm $\quad \dfrac{\text{sen } \widehat{A}}{3{,}2} = \dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{5{,}1} = \dfrac{\text{sen } 37°}{3{,}19} \rightarrow \widehat{A} \approx 37°\ 8'\ 8''$

$\widehat{B} = 180° - \left(\widehat{C} + \widehat{A}\right) \approx 105°\ 51'\ 52''$

c) $\dfrac{\text{sen } \widehat{A}}{a} = \dfrac{\text{sen } \widehat{B}}{64} = \dfrac{\text{sen } 73°}{80} \rightarrow \widehat{B} = \text{arc sen } \dfrac{64 \cdot \text{sen } 73°}{80} \approx 49°\ 54'\ 39''$

$\widehat{A} = 180° - (73° + 49°\ 54'\ 39'') = 57°\ 5'\ 21'' \rightarrow a = 70{,}23$ m

d) $\widehat{A} = \text{arc cos}\left(\dfrac{9^2 + 7^2 - 15^2}{2 \cdot 9 \cdot 7}\right) \approx 138°\ 56'\ 7''$ $\quad \widehat{B} = \text{arc cos}\left(\dfrac{15^2 + 7^2 - 9^2}{2 \cdot 15 \cdot 7}\right) \approx 23°\ 12'\ 46''$

$\widehat{C} = 180° - \left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) = 17°\ 51'\ 7''$

88 Calcula una altura de cada uno de estos triángulos.

a) $a = 6{,}7$ dm, $\hat{B} = 67°$, $c = 5$ dm

b) $b = 5{,}3$ cm, $a = 4{,}2$ cm, $\hat{B} = 65°$

c) $c = 15$ m, $\hat{A} = 35°$, $\hat{B} = 70°$

a) La altura sobre *a* sería: $\text{sen}\,\hat{B} = \dfrac{h_a}{c} \rightarrow \text{sen}\,67° = \dfrac{h_a}{5} \rightarrow h_a = 5 \cdot \text{sen}\,67° \approx 4{,}60$ dm

b) La altura sobre *c* sería: $\text{sen}\,\hat{B} = \dfrac{h_c}{a} \rightarrow \text{sen}\,65° = \dfrac{h_c}{4{,}2} \rightarrow h_c = 4{,}2 \cdot \text{sen}\,65° \approx 3{,}81$ cm

c) La altura sobre *a* sería: $\text{sen}\,\hat{B} = \dfrac{h_a}{c} \rightarrow \text{sen}\,70° = \dfrac{h_a}{15} \rightarrow h_a = 15 \cdot \text{sen}\,70° \approx 14{,}10$ m

90 Considera los triángulos cuyas medidas son:

- $a = 13$ m, $b = 17$ m, $\hat{C} = 85°$
- $\hat{B} = 75°$, $\hat{C} = 40°$, $c = 5{,}9$ cm

Calcula:

a) El perímetro. b) La altura. c) El área.

a) Hallamos el lado que falta: $c = \sqrt{13^2 + 17^2 - 2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot \cos 85°} \approx 20{,}48$ m

Perímetro: $P = a + b + c \approx 13 + 17 + 20{,}48 = 50{,}48$ m

La altura sobre *a* sería: $\text{sen}\,\hat{C} = \dfrac{h_a}{b} \rightarrow \text{sen}\,85° = \dfrac{h_a}{17} \rightarrow h_a = 17 \cdot \text{sen}\,85° \approx 16{,}94$ m

Área: $A = \dfrac{a \cdot h_a}{2} \approx \dfrac{13 \cdot 16{,}94}{2} = 110{,}11\ \text{m}^2$

b) Hallamos los lados que faltan:

$\hat{A} = 180° - (75° + 40°) = 65° \rightarrow \dfrac{\text{sen}\,65°}{a} = \dfrac{\text{sen}\,75°}{b} = \dfrac{\text{sen}\,40°}{5{,}9} \rightarrow \begin{cases} a \approx 8{,}32 \text{ cm} \\ b \approx 8{,}87 \text{ cm} \end{cases}$

Perímetro: $P = a + b + c \approx 8{,}32 + 8{,}87 + 5{,}9 = 23{,}09$ cm

La altura sobre *a* sería: $\text{sen}\,\hat{B} = \dfrac{h_a}{c} \rightarrow \text{sen}\,75° = \dfrac{h_a}{5{,}9} \rightarrow h_a = 5{,}9 \cdot \text{sen}\,75° \approx 5{,}70$ cm

Área: $A = \dfrac{a \cdot h_a}{2} \approx \dfrac{8{,}32 \cdot 5{,}70}{2} = 23{,}712\ \text{cm}^2$

Miércoles 6/5/20:

Hay clases a las 11h15: Vamos a ver la teoría de las páginas 176 y 178. Y algunos ejercicios de las páginas 177 y 179.

Copiad el resumen que os dejo de los apuntes de la página 176 y haced los ejercicios 17 y 18 de la página 177 (os dejo algunos apartados hechos):

3. ECUACIÓN VECTORIAL Y ECUACIONES PARAMÉTRICAS DE LA RECTA

Una recta r queda determinada si conocemos:

→ Un punto A de r

→ Un vector, $\vec{u}$, que indica la dirección de la recta. Se le llama vector director.

- El vector director de una recta no es único. Los vectores directores de una recta son proporcionales, esto es, tienen la misma dirección.

* ECUACIÓN VECTORIAL:

La ecuación vectorial de la recta que pasa por un punto, $A(a_1, a_2)$, y tiene la dirección del vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ es:

$$\boxed{(x, y) = (a_1, a_2) + \lambda(u_1, u_2), \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}}$$

↳ Ejemplo: Recta que pasa por el punto $A(1,2)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (4,1)$ es:

$$(x,y) = (1,2) + \lambda \cdot (4,1) \quad , \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

* ECUACIONES PARAMÉTRICAS:

Se obtienen expresando por separado cada variable:

$$\boxed{\begin{array}{l} x = a_1 + u_1\lambda \\ y = a_2 + u_2\lambda \end{array} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}}$$

↳ Ejemplo: Recta que pasa por el punto $A(1,2)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (4,1)$ es:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 4\lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}, \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

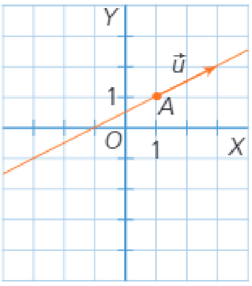
- Los puntos de la recta se obtienen dando valores a λ. Así, para cada valor de λ, resulta un punto que pertenece a la recta.

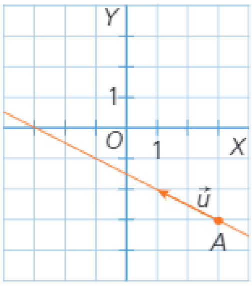
Ejemplo: si $\lambda = 0$: $x = 1$, $y = 0$, que obtenemos el punto $A(1,0)$ de la recta.

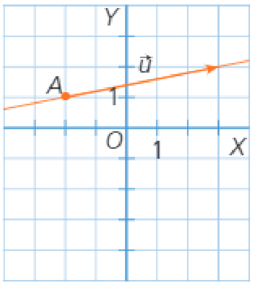
Si $\lambda = 1$: $x = 1+4 = 5$, $y = 2+1 = 3$. Por tanto, el punto $(5,3)$ es de la recta.

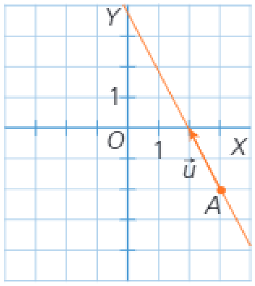
Si $\lambda = 2$: $x = 9$, $y = 4$ → $(9,4) \in r$.

17 Observa las gráficas y determina la ecuación vectorial de las rectas en cada caso.

a)


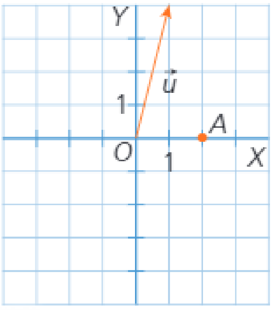
b)


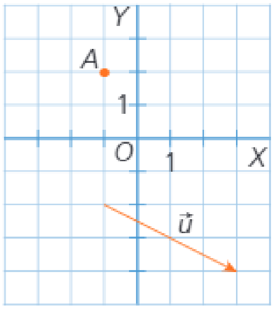
c)


d)


a) $(x,\ y) = (1,1) + \lambda(2,1)$

18 Escribe la expresión de la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto *A* y tiene por vector director $\vec{u}$.

a)


b)


b) $(x,\ y) = (-1,\ 2) + \lambda(4, -2)$

Jueves 7/5/20:

Haced los ejercicios 19, 20, 21, 22, 23 y 25 de la página 177.

19 Una recta pasa por los puntos *A*(1, –3) y *B*(2, 1). Averigua:

a) Su vector director.

b) La ecuación vectorial de la recta.

a) $\vec{u} = (2-1,\ 1-(-3)) = (1, 4)$

20 Una recta pasa por el punto *A*(3, 4) y tiene por vector director $\vec{u} = (-1,\ 3)$. Determina cuatro puntos más por los que pasa dicha recta.

La ecuación vectorial de la recta es: $(x,\ y) = (3, 4) + \lambda(-1, 3)$

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Para $\lambda = 1$: $(x,\ y) = (3, 4) + (-1, 3) = (2, 7)$

Para $\lambda = 2$: $(x,\ y) = (3, 4) + 2(-1, 3) = (1, 10)$

21 Decide qué puntos entre los siguientes pertenecen a la recta *r*: $(x,\ y) = (-1,\ 2) + \lambda(3,\ 1)$.

a) *A*(2, 3)

b) *B*(1, –3)

c) *C*(–4, 1)

d) *D*(0, 2)

a) $(2,\ 3) = (-1,\ 2) + \lambda(3,\ 1) \rightarrow \begin{cases} 2 = -1 + 3\lambda \\ 3 = 2 + \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \lambda = 1 \end{cases} \rightarrow$ *A*(2, 3) pertenece a la recta.

b) $(1, -3) = (-1,\ 2) + \lambda(3,\ 1) \rightarrow \begin{cases} 1 = -1 + 3\lambda \\ -3 = 2 + \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ \lambda = -5 \end{cases} \rightarrow$ *B*(1, –3) no pertenece a la recta.

Viernes 8/5/20:

Copiad el resumen que os dejo de los apuntes de la página 178 y haced los ejercicios 28, 29 y 30 de la página 177 (os dejo el 28 hecho):

4. ECUACIÓN CONTINUA Y PUNTO-PENDIENTE:

*ECUACIÓN CONTINUA:

Se obtiene despejando λ de las ecs. paramétricas e igualando. Así, la ecuación continua de la recta que pasa por un punto $A(a_1, a_2)$, y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (u_1, u_2)$, con coordenadas distintas de cero, es:

$$\boxed{\frac{x - a_1}{u_1} = \frac{y - a_2}{u_2}}$$

↳ Ejemplo: Recta que pasa por $A(1,2)$ y tiene la dirección del vector $\vec{u} = (4,1)$ es:

$$r \equiv \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{1}$$

*ECUACIÓN PUNTO-PENDIENTE:

La ecuación punto-pendiente de la recta que pasa por un punto $A(a_1, a_2)$, y tiene la dirección del vector $\vec{v} = (v_1, v_2)$ es:

$$\boxed{y - a_2 = \frac{v_2}{v_1}(x - a_1)} \longrightarrow \boxed{y - a_2 = m \cdot (x - a_1)}$$

La pendiente de una recta, m, es la tangente del ángulo que forma la recta con el eje de abscisas: $m = tg\, \alpha = \frac{u_2}{u_1}$

↳ Ejemplo: Recta que pasa por $A(1,2)$ y tiene la dirección del vector $\vec{v} = (4,1)$ es: $y - 2 = \frac{1}{4}(x - 1)$

28 Escribe la ecuación continua de la recta: $(x, y) = (-3, 2) + \lambda(4, 1)$

La ecuación continua es: $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{1}$